

令和4年度

理学部

数物科学科 数学コース

第3年次編入学者選抜学力試験問題

# 数 学

令和3年6月12日(土)

10:00~11:30

## 注 意 事 項

1. 解答用紙表紙の指定された箇所に、受験番号、氏名を記入すること。  
受験番号は、受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。  
指定された箇所以外には、受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. A1~A3の全問を解答すること。
3. 解答は、別冊子の解答用紙に記入すること。  
解答用紙左上の問題番号を確認し、問題に対応する解答用紙に記入すること。
4. 各問題の解答用紙(両面)はそれぞれ1枚ある。
5. 問題冊子の総ページ数————— 2ページ  
問題ページ————— 第2ページ  
(第1ページは白紙)
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

**A1**  $a$  を実数とする. ベクトル  $v_1, v_2, v_3, v_4$  を

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \\ a^3 \end{pmatrix}$$

と定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) ベクトルの組  $\{v_1, v_2, v_3\}$  が一次独立であることを示せ.
- (2) ベクトルの組  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  が一次独立とならないような  $a$  の値をすべて求めよ.

**A2**  $p$  を  $0 < p < 1$  をみたす実数とする. 行列  $A$  および数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  を

$$A = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{pmatrix}, a_1 = 1, b_1 = 0, \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n \geq 2)$$

と定める. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $A$  の固有値をすべて求めよ.
- (2)  $k \geq 1$  に対し,  $A^k$  を求めよ.
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{1}{2}$  であることを示せ.

**A3**  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $f'(x)$  を求めよ.
- (2)  $a$  を実数とする.  $y = f(x)$  の接線で点  $A(a, 0)$  を通るものがちょうど 2 本存在するための  $a$  の条件を求めよ.
- (3)  $\int_0^1 f(x) dx$  を求めよ.
- (4)  $\lim_{M \rightarrow \infty} \int_0^M f(x) dx$  を求めよ.