

令和4年度

理 学 部

化学生物環境学科 環境科学コース

第3年次編入学者選抜学力試験問題

数 学

令和3年6月12日(土)

10:30~11:30

注 意

1. 解答は、問題ごとに、別添の解答用紙に書くこと。
解答用紙が不足した人は手をあげてその旨を試験監督者に告げ、必要枚数の解答用紙を受け取ること。なお、解答用紙を追加した場合は、解答用紙の上方に問題番号を書くこと。
2. 問題1と問題2は必ず両方共に解答すること。
3. 総 ペ ー ジ——— 3 ページ
問題ページ——— 第2～3 ページ
(第1ページは、白紙)
4. 試験終了後、この問題冊子と下書き用紙は持ち帰ること。

問題 1

問 1 xy 平面で $y = x\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ のグラフと x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

問 2 微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = x\left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

の解を $x = x(t)$ とおく。 $\frac{dx}{dt} > 0$ のとき t が増えると x が増え、 $\frac{dx}{dt} < 0$ のとき t が増えると x が減ることを使い、 $x(0) > 0$ のとき $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ の値がどうなるか考えよ。ここで $x(0) > 0$ は $t = 0$ のとき $x > 0$ となることを意味する。

問 3 部分分数分解, および定数 a に対して

$$\int \frac{1}{x+a} dx = \log|x+a| + C$$

となることを用いて

$$\int \frac{2}{x(x-2)} dx = \log\left|\frac{x-2}{x}\right| + C$$

を示せ。ただし、 C は積分定数である。

問 4 微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = x\left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

を初期条件 $x(0) = 1$ ($t = 0$ のとき $x = 1$) のもとで変数分離法を用いて解き、 x を t の関数として表わせ。

問題 2

次の行列 A について、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$$

問 1 行列 A の全ての固有値と、各固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

問 2 n を正の整数とし、行列 A の n 乗を A^n と記す。 n が無限大に近づくとき、行列 A^n の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ を以下の手順で求めよ。

- 1) 行列 A の第 1 列と第 2 列をそれぞれ、固有ベクトルの線型結合で表せ。
- 2) 行列 A^n を求めよ。
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ を求めよ。